# 3.Schulaufgabe Mathematik Musterlösung 11c

Notiztitel 05.05.2008

**1. Aufgabe:**

Gegeben ist die folgende, abschnittsweise definierte Funktion

$$f: x \to \begin{cases} a - x^2 & \text{für } x \in ]-\infty; 1[ \\ -1 & \text{für } x = 1 \\ x - b & \text{für } x \in ]\,1\,; \infty[ \end{cases}$$

In der gezeichneten Graphik (siehe Beiblatt) sind die Parameter mit a = b = -2 gewählt.

a) Bestimme die Werte für die Parameter so, dass die Funktion f stetig im gesamten Definitionsbereich ist. Die Stetigkeit ist nachzuweisen!

b) Zeichne die so gefundene stetige Funktion in die Zeichnung ein!

a) Parameter a muss so gewählt werden dass

$$\lim_{x \to 1} (a - x^2) = -1 \quad \text{ergibt}$$

oder

$$\lim_{h \to 0} \left[ a - (1-h)^2 \right] = -1$$

$$\lim_{h \to 0} \left[ a - (1 - 2h + h^2) \right] =$$

$$= \lim_{h \to 0} (a - 1 + 2h + h^2) = a - 1$$

Bedingung $a - 1 = -1$

$$a = 0$$

Parameter b muss so gewählt werden dass

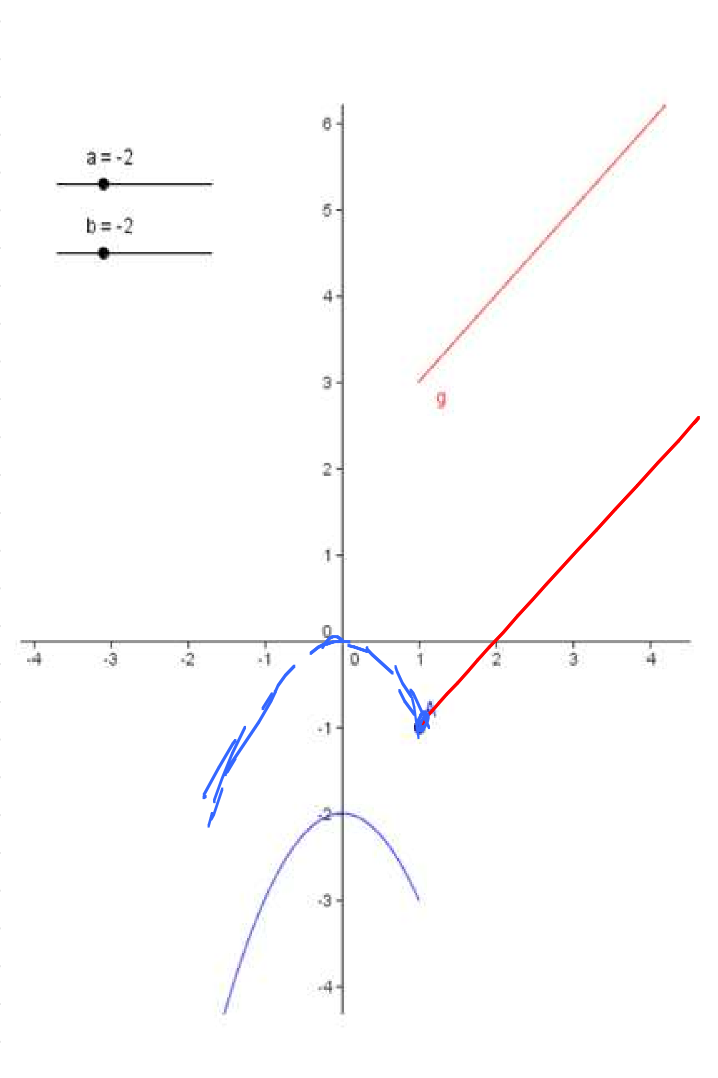
$$\lim_{x \to 1} (x - b) = -1$$

oder $\lim_{h \to 0} \left[ (1+h) - b \right] = -1$

$$1 + h = -1$$
$$h = -2$$

Ergebnis

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \in ]-\infty; 1[ \\ -1 & x = 1 \\ x - 2 & x \in ]1; +\infty[ \end{cases}$$



**2. Aufgabe:**

Gegeben ist die Funktion f durch die Vorschrift

$$f: x \to \frac{1}{10}\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{5}{2}\right) \qquad mit\ D = R$$

a) Berechne die lokalen Maxima, die lokalen Minima und die Wendepunkte dieser Funktion.

b) Bestimme die Gleichung der Tangenten in den Punkten S(1/?) und T(-1/?)

c) Zeichne den zu f gehörenden Graphen $G_f$ im Bereich $-3 \leq x \leq 3$ in das vorbereitete Koordinatensystem ein! (siehe Beiblatt)

a) $f'(x) = \frac{1}{10}(3x^2 - 3x - 6)$

$3x^2 - 3x - 6 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

Nullstellen der ersten Ableitung

$x1 = 2 \qquad x2 = -1$

$f''(x) = \frac{1}{10}(6x - 3)$

$f''(2) = \frac{1}{10}(12 - 3) = \frac{9}{10} \quad > 0$

$f''(-1) = \frac{1}{10}(-6 - 3) = \frac{-9}{10} \quad < 0$

Tn

$E1(2 \mid -0{,}75)$

Minimum

$E2(-1 \mid 0{,}6)$

Maximum

Wendepunkt

$\frac{1}{10}(6x - 3) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad x = \frac{1}{2} \qquad W\left(\frac{1}{2}; -0{,}52\right)$

b.) Tangentengleichungen

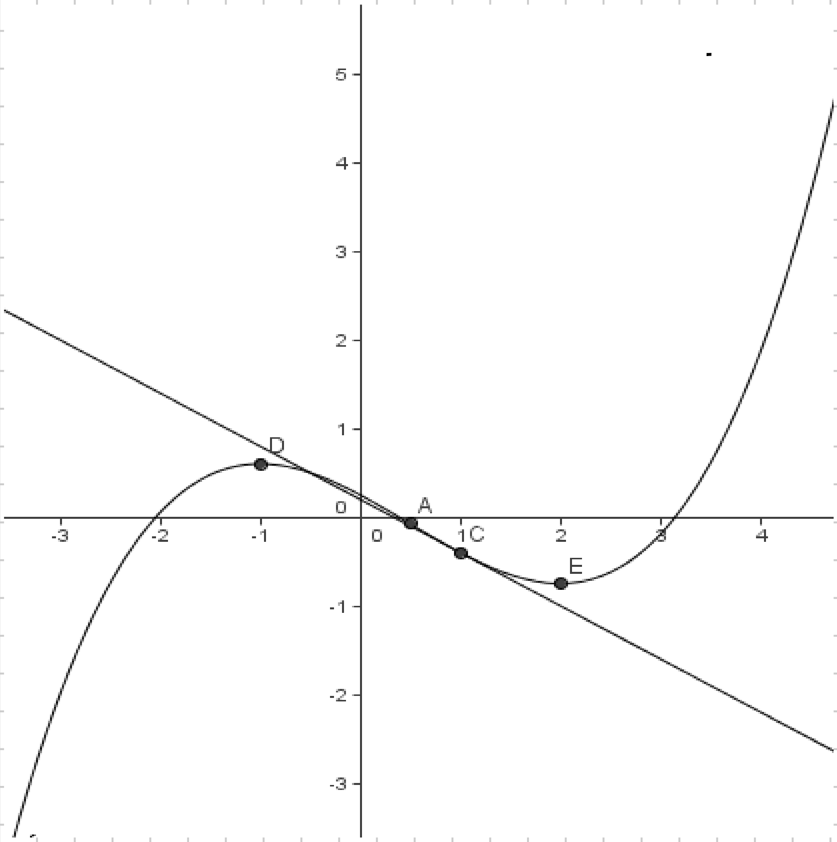
$T(-1 \mid 0{,}6) = E2(-1 \mid 0{,}6) \qquad y = 0{,}6$

$S\left(1 \mid \frac{-4}{10}\right) \qquad f'(1) = -0{,}6$

$$\rightsquigarrow \quad \frac{y+0{,}4}{x-1} = -0{,}6$$

$$y + 0{,}4 = -0{,}6x + 0{,}6$$

$$y = -0{,}6x + 0{,}2 \quad \checkmark$$



**3. Aufgabe:**

---

Gegeben ist die Schar der Funktionen

$$f_c: x \to -x^3 + 3x^2 + cx \quad mit\ x \in R \quad und \quad c \in R$$

a) Wie muss c gewählt werden, damit $f_c$ außer x=0 keine weitere Nullstelle mehr hat?
b) Wie muss c gewählt werden, dass $f_c$ kein Extremum haben kann?
c) Berechne den Parameter c so, dass der Wendepunkt des Graphen von $f_c$ eine waagrechte Wendetangente besitzt.

(Hinweis: die drei Graphiken zu Aufgabe 3 helfen bei deinen Überlegungen!)

a)
$$-x^3 + 3x^2 + cx = 0$$
$$-x(x^2 - 3x - c) = 0$$
$$x^2 - 3x - c = 0$$

Diskriminante
$$9 + 4c = 0$$

keine Nullstelle wenn
$$9 + 4c < 0 \leadsto 4c < -9$$
$$c < -\frac{9}{4}$$
$$c < -2{,}25$$

b)
$$f'(x) = -3x^2 - 6x + c$$

Diskriminante
$$36 - 4 \cdot (-3) \cdot c < 0$$
$$36 + 12c < 0$$
$$3 + c < 0$$
$$c < -3$$

c) Wenn $c = -3$ dann hat $f'(x)$ eine doppelte Nullstelle bei $x = -1$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \leadsto (x+1)^2 = 0$$

$f''(x) = -6x - 6$

$f''(-1) = 0$ $\Rightarrow$ bei $x = -1$ ist

ein Wendepunkt!

mit $f'(-1) = 0$ Wendetangente

Steigung 0 !