Notiztitel 30.04.2008

Aufgaben zu Stetigkeit

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & 0 \leq x < 4 \\ 19 - x^2 & 4 \leq x \end{cases}$$

Zeige ob $f(x)$ für $x_0 = 4$ stetig ist

unsere Aufgabe

$$\lim_{x \to 4} \left(\sqrt{x} + 1 \right) \quad \text{bzw}$$

$$\lim_{h \to 0} \left(\sqrt{4-h} + 1 \right) \quad \underbrace{\text{muss existieren}}_{\text{ist auch so!!}}$$

$$\lim_{h \to 0} \left(\sqrt{4-h} + 1 \right) = 3$$

$$\lim_{h \to 0} \left[19 - (4+h)^2 \right] = 3$$

beide Grenzwerte existieren und sind gleich

$\rightsquigarrow$ $f(x)$ ist für $x_0 = 4$ stetig

Bemerkung zur Wurzel:

$\sqrt{a}$ ist nur definiert für $a > 0$

und ist immer eine positive Zahl

verwechsle nicht mit

$$x^2 = a \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \sqrt{a} \\ \searrow x_2 = -\sqrt{a} \end{array}$$

Differenzierbar

notwendige Voraussetzung Stetigkeit

rechtsseitige und linksseitige Wert der Ableitung müssen existieren und gleich sein.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & x < 4 \\ 19 - x^2 & x \geq 4 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{2}} + 1 & x < 4 \\ 19 - x^2 & x \geq 4 \end{cases}$$

$f(x) = x^n$

$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} & x < 4 \\ -2x & x \geq 4 \end{cases}$$

von links

$$\lim_{h \to 0} \frac{1}{2} (4-h)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

$$x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

von rechts

$$\lim_{h \to 0} -2(4+h) = -8$$

nicht differenzierbar