Aufgaben - waagrechte Tangenten

Notiztitel 11.01.2008

$$f(x) = x^3 - x^2$$

Wo sind waagrechte Tangenten?

Man findet sie an Stellen, bei denen die Ableitung Null ist

$$f'(x) = 3x^2 - 2x$$

Bedingung
$$3x^2 - 2x = 0$$
$$x^2 - \frac{2}{3}x = 0$$
$$x \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

ein Produkt ist Null wenn einer der Faktoren Null ist!

entweder

$x = 0$

$f(0) = 0$

$T_1 = (0|0)$

oder

$x - \frac{2}{3} = 0$

$x = \frac{2}{3}$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$T_2\left(\frac{2}{3} \middle| -\frac{4}{27}\right)$

Bedingung
$$3x^2 - 2x = 1$$
$$x^2 - \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$$
$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

entweder

$x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$x = 1$

$T_3 = (1 / 0)$

oder

$x - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

$x = -\frac{1}{3}$

$T_4 \left(-\frac{1}{3} \,\middle|\, -0{,}15\right)$ $-\frac{4}{27}$

Erwartung im Intervall $[0 \;\; 1]$ gibt es Tangente, die durch den Ursprung gehen
$\Rightarrow$ sie haben keinen Achsenabschnitt

$0 < b < 1$

① Wir wählen einen Punkt bzw seine x-Koordinate

b

$A(b \,|\, b^3 - b^2)$

② Wir kennen dann seine y Koordinate

$b^3 - b^2$

③ Wir wissen dann die Steigung in diesem Punkt

$3b^2 - 2b$

$$\frac{y - (b^3 - b^2)}{x - b} = 3b^2 - 2b$$

wähle b so, dass der Achsenabschnitt 0 wird

$$y - b^3 + b^2 = (3b^2 - 2b)(x - b)$$

$$y = (3b^2 - 2b) \cdot x \underbrace{- (3b^2 - 2b) \cdot b + b^3 - b^2}_{= 0}$$