Aufgabe Nr 40

Notiztitel 29.04.2008

$$g(x) = \frac{1}{12} x (x-a)^2$$

a) Flachpunkt $\Rightarrow$ Wendepunkt mit waagrechter Wendetangente

Wie findet man das Maximum?

1. Ableitung Null
2. Ableitung negativ

$$g(x) = \frac{1}{12} x \cdot (x^2 - 2ax + a^2)$$

$$= \frac{1}{12} x^3 - \frac{1}{6} a x^2 + \frac{1}{12} a^2 x$$

$$g'(x) = \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{3} a x + \frac{1}{12} a^2$$

Bedingung $\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{3} a x + \frac{1}{12} a^2 = 0$

$$x^2 - \frac{4}{3} a x + \left(\frac{2}{3} a\right)^2 = -\frac{1}{3} a^2 + \frac{4}{9} a^2$$

$$\left(x - \frac{2}{3} a\right)^2 = \frac{1}{9} a^2$$

entweder

$$x = \frac{1}{3} a + \frac{2}{3} a$$

$$x = a$$

oder

$$x = -\frac{1}{3} a + \frac{2}{3} a$$

$$x = \frac{1}{3} a$$

$$g''(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}a$$

$$g''(a) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}a = \frac{1}{6}a$$

1 Fall $\quad a > 0$

$$g''(\cdot\tfrac{1}{3}a) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}a - \frac{1}{3}a = -\frac{1}{6}a$$

$$g\left(\frac{1}{3}a\right) = \frac{1}{12}\cdot\frac{1}{3}a\left(\frac{1}{3}a - a\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{36}a\left(+\frac{4}{9}a^2\right) = \quad a^3$$

Maximum $\left(\frac{1}{3}a \;\middle|\; \frac{1}{81}a^3\right)$

$$x = \frac{1}{3}a \rightsquigarrow a = 3x$$

$$y = \frac{1}{81}a^3$$

$$y = \frac{1}{81}\cdot(3x)^3 \rightarrow y = \frac{27}{81}x^3$$

$$y = \frac{1}{3}x^3$$