von der harmonischen Schwingung zur Resonanz

Notiztitel 01.04.2008

(1) harmonische Schwingung ohne Dämpfung

Rücktreibende Kraft = Newtonsche Kraft
(zu jedem Zeitpunkt)

$$m \cdot \ddot{x}(t) + D\, x(t) = 0$$

einfachster Ansatz $x(t) = A \cdot \sin \omega t$

$$\dot{x}(t) = A\, \omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x}(t) = -A\, \omega^2 \sin \omega t$$

$$(-m \cdot \omega^2 + D) \cdot A \sin \omega t = 0$$

$$\rightsquigarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \qquad 2\pi f = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

ein etwas komplizierter Ansatz (nicht im Lehrplan)

$$x(t) = A\, e^{-i\omega t}$$

Motiv $\cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha}$ Eulersche Formel

$$\dot{x}(t) = A \cdot (-i\omega)\, e^{-i\omega t}$$

$$\ddot{x}(t) = A\, (-i\omega)^2\, e^{-i\omega t}$$

$$= -A\, \omega^2\, e^{-i\omega t}$$

weiter analoge Berechnung

② harmonische Schwingung
mit Dämpfung

$$m\,\ddot{x}(t) + R\,\dot{x}(t) + D\,x(t) = 0$$

$$x(t) = A\,e^{i\omega t}$$

Könnte man diese Gleichung lösen ergibt sich für die Amplitude

$$A\,e^{-\frac{1}{2}\frac{R}{m}} \quad \ldots\ldots$$

③ gedämpfte Schwingung mit
Anregung von außen

$$m\cdot\ddot{x} + R\,\dot{x} + D\,x = F\cdot\sin\omega_0 t$$

Zwangsfrequenz

die Amplitude ergibt sich

$$A = \frac{1}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega^2) + \cancel{b^2\omega^2}}}$$

Dämpfung

b Faktor

Bei einer harmonischen Schwingung mit Dämpfung kann die durch „Reibungsvorgänge" verlorene Energie wieder zurückgeführt werden wenn von außen eine Zwangsschwingung mit der Eigenfrequenz des Systems angreifen kann (Resonanz)

Auch ein elektrischer Schwingkreis kann mit einer Zwangsfrequenz zu Resonanz angeregt werden